

К методике расчёта электромагнитного вибратора

**Владимир Валерьевич Пугачёв, Виктор Гаврилович Петько, Ильмира Агзамовна Рахимжанова,
Максим Борисович Фомин, Владислав Викторович Самосюк**

ФГБОУ ВО Оренбургский ГАУ, г. Оренбург, Россия

e-mail: pvv056@list.ru

Аннотация. В работе рассмотрены вопросы расчёта электромагнитного вибратора, предназначенного для привода рабочих органов с возвратно поступательным движением, приведено уточнение математической модели электромагнитных вибраторов и предложены наиболее рациональные параметры их конструкции и режимы использования. По исходным параметрам магнитной системы электромагнита переменного тока определены индуктивность и индуктивное сопротивление обмотки электромагнита в функции величины воздушного зазора, а также протекающий через обмотку под действием приложенного напряжения ток и возбуждаемый им магнитный поток. В результате определена сила притяжения якоря и ярма электромагнита, являющаяся возмущающей силой, противодействующая ей восстанавливающая сила пружины и сила сопротивления среды, пропорциональная скорости движения якоря. Это позволило сформировать дифференциальное уравнение второго порядка, решение которого осуществлено с помощью вычислительного блока «Given-Odesolve» математической системы Mathcad. В результате получена в графическом виде зависимость отклонения якоря от нейтрального состояния от времени и влияние на эту зависимость как геометрических и электрических, так и режимных параметров электромагнитного вибратора. В итоге проведённый в работе анализ и разработанная методика определения выходных параметров электромагнитного вибратора позволяют для конкретных исходных геометрических и физических параметров вибратора определить безударную траекторию движения якоря электромагнита, частоту и область колебаний, а также оптимальные частоту и напряжения питания катушки электромагнита. В случае необходимости возможно произвести корректировку под заданные технологическим объектом требования к выходным параметрам вибратора.

Ключевые слова: магнитопровод; воздушный зазор; индукция; сила; ускорение; дифференциальное уравнение.

Для цитирования: Пугачёв В. В., Петько В. Г., Рахимжанова И. А., Фомин М. Б., Самосюк В. В. К методике расчёта электромагнитного вибратора // Аграрный научный журнал. 2023. № 6. С. 128–135. <http://dx.doi.org/10.28983/asj.y2023i6pp128-135>.

AGRICULTURAL ENGINEERING

Original article

To the method for calculation of an electromagnetic vibrator

Vladimir V. Pugachev, Viktor G. Petko, Ilmira A. Rakhimzhanova, Maksim B. Fomin, Vladislav V. Samosyuk
Orenburg State Agrarian University, Orenburg, Russia.

e-mail: pvv056@list.ru

Abstract. The paper considers the issues of calculating an electromagnetic vibrator designed to drive working bodies with reciprocating motion. The purpose of this work is to refine the mathematical model of electromagnetic vibrators and, on this basis, to propose the most rational parameters of their design and modes of use. Based on the initial parameters of the magnetic system of an alternating current electromagnet, the inductance and inductive resistance of the electromagnet winding are determined as a function of the air gap, as well as the current flowing through the winding under the action of the applied voltage and the magnetic flux excited by it. As a result, the force of attraction of the armature and the yoke of the electromagnet was determined, which is the perturbing force, the restoring force of the spring opposing it, and the resistance force of the medium, which is proportional



to the speed of the armature. This made it possible to form a second-order differential equation, the solution of which was carried out using the Given-Odesolve computing unit of the Mathcad mathematical system. As a result, the dependence of the armature deviation from the neutral state on time and the influence on this dependence of both geometric and electrical, and operating parameters of the electromagnetic vibrator were obtained in graphical form. As a result, the analysis carried out in the work and the developed method for determining the output parameters of an electromagnetic vibrator allow, for specific initial geometric and physical parameters of the vibrator, to determine the shockless trajectory of the electromagnet armature, the frequency and range of oscillations, as well as the optimal frequency and supply voltage of the electromagnet coil. If necessary, make adjustments to the requirements specified by the technological object for the output parameters of the vibrator.

Keywords: magnetic circuit; air gap; induction; force; acceleration; differential equation.

For citation: Pugachev V. V., Petko V. G., Rakhimzhanova I. A., Fomin M. B., Samosyuk V. V. To the method for calculation of an electromagnetic vibrator. Agrarnyy nauchnyy zhurnal = The Agrarian Scientific Journal. 2023;(6):128–135. (In Russ.). <http://dx.doi.org/10.28983/asj.y2023i6pp128-135>.

Введение. Для привода совершающих возвратно-поступательное движение рабочих органов машин и технологических устройств в настоящее время широко используются кривошипно-шатунные и эксцентриковые механизмы, гидро- и пневмо- приводы, а также линейные электрические двигатели [1, 2]. В сельском хозяйстве в качестве примера таких машин и устройств можно назвать зерноочистительные машины, поршневые и вибрационные насосы [3–5], некоторые виды деревообрабатывающих станков и инструментов [6]. Представляет интерес использование для привода таких рабочих органов с возвратно поступательным движением, в том числе и для электромагнитных молотков электромагнитов переменного тока ввиду их простоты, надежности и приемлемых массогабаритных показателей [7–9]. Однако особенности их применения и расчета еще недостаточно изучены.

Цель исследования – уточнение математической модели электромагнитных вибраторов и предложение наиболее рациональных параметров их конструкции и режимов использования.

Методика исследований. Рассмотрим наиболее простую конструкцию электромагнита (рис. 1) с П-образной подвижной частью 1 магнитопровода и внешней притягивающейся частью (якорем) 2. Такая конструкция магнитопровода наиболее подходит для вибраторов, поскольку катушка электромагнита размещается непосредственно на неподвижной части и поэтому менее подвержена разрушению под воздействием вибрации.

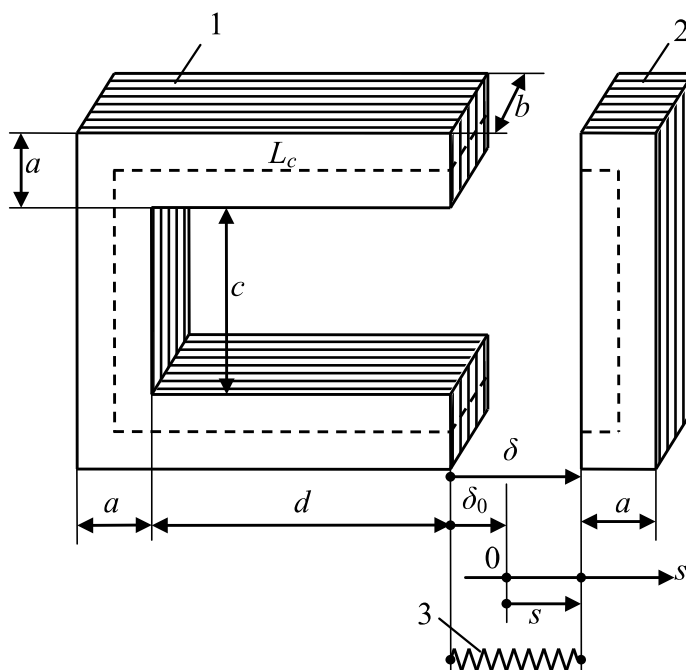


Рис. 1. Основные геометрические размеры магнитной системы вибратора:

1 – неподвижная часть магнитопровода; 2 – подвижная часть магнитопровода (ядро);
3 – противодействующая пружина; a – толщина стенки магнитопровода; b – высота магнитопровода; c – ширина окна магнитопровода; d – высота стержня неподвижной части магнитопровода; δ_0 – воздушный зазор в нейтральном положении; δ – рабочий воздушный зазор; $s = \delta - \delta_0$ – отклонение якоря от нейтрального положения; L_c – длина магнитной силовой линии





Так как через магнитопровод замыкается переменный магнитный поток, для уменьшения возникающих при этом вихревых токов магнитопровод набирается из отдельных листов электротехнической стали (чаще всего марки 2412). Кривая намагничивания этой стали (зависимость напряженности H_s магнитного поля в А/м от магнитной индукции B_s в Тл) представлена на рис. 2 [7].

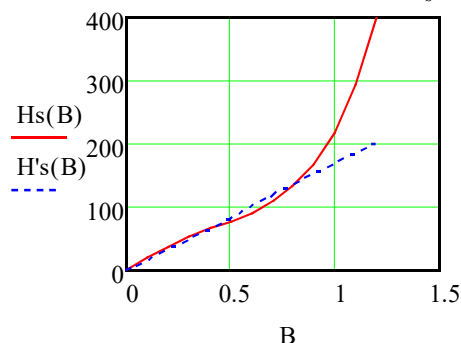


Рис. 2. Кривая намагничивания $H_s(B)$ стали магнитопровода и аппроксимирующая ее упрощенная линейная зависимость $H_c(B) = 170B$

Так как магнитопровод набран из отдельных листов электротехнической стали, степень заполнения сталью поперечного сечения сердечника оценивается коэффициентом заполнения сечения K_c (принимается равным 0,9 [10]). Тогда активная площадь поперечного сечения магнитопровода:

$$S_m = abK_c. \quad (1)$$

В то же время площадь полюса:

$$S_p = ab. \quad (2)$$

Длина магнитной силовой линии по стали сердечника

$$L_c = 2c + 2d + 4a. \quad (3)$$

Магнитная индукция в зазоре в функции магнитного потока Φ с учетом того, что наблюдается выпучивание магнитного потока по краям полюса,

$$B_\delta(\Phi) = \Phi / \left(\frac{S_p}{K_c} \right) = \frac{\Phi K_c}{S_p}, \quad (4)$$

а напряженность магнитного потока в зазоре

$$H_\delta(\Phi) = \frac{B_\delta(\Phi)}{\mu_0} = \frac{\Phi K_c}{\mu_0 S_p} \quad (5)$$

где Φ , B_δ и H_δ – соответственно в веберах (Вб), тесла (Тл) и А/м; μ_0 – магнитная проницаемость воздуха, равная $4\pi \cdot 10^{-7}$, Гн/м (генри/метр).

Магнитная индукция в стали в функции магнитного потока

$$B_c(\Phi) = \frac{\Phi}{S_m}, \quad (6)$$

а напряженность магнитного потока в стали

$$H_c(\Phi) = H_c(B_c(\Phi)) = 170B_c(\Phi) = \frac{170\Phi}{S_m}. \quad (7)$$

В соответствии с законом полного тока [11] для замкнутой магнитной цепи

$$I(\Phi, s) = \frac{L_c H_c(\Phi) + 2(s + \delta_0) H_\delta(\Phi)}{W} = \frac{170\Phi L_c}{S_m W} + \frac{2(s + \delta_0)\Phi K_c}{\mu_0 S_p W}, \quad (8)$$

где W – число витков катушки электромагнита; s – отклонение якоря от нейтрального положения, м; $s = \delta - \delta_0$; δ_0 – воздушный зазор в нейтральном положении (при отключенной обмотке), м.

Тогда индуктивность катушки в функции отклонения якоря от нейтрального положения

$$L(s) = \frac{W\Phi}{I(\Phi, s)} = \frac{W^2}{\frac{170L_c}{s_m} + \frac{2(s+\delta_0)K_c}{\mu_0 S_p}}. \quad (9)$$

При включении катушки на переменное синусоидальное напряжение через нее протекает переменный ток, величина которого определяется в основном реактивным сопротивлением

$$X(s) = 2\pi f L(s) = \frac{\omega W^2}{\frac{170L_c}{s_m} + \frac{2(s+\delta_0)K_c}{\mu_0 S_p}}, \quad (10)$$

так как активное сопротивление катушки по сравнению с реактивным ничтожно мало. Здесь f – частота приложенного напряжения, 1/с (Гц).

Приложенное напряжение в каждый момент времени уравнивается противодействующей ЭДС самоиндукции катушки

$$U_m \sin \omega t = L(s) \frac{di}{dt}, \quad (11)$$

откуда

$$U_m \sin(\omega t) dt = L(s) di, \quad (12)$$

где U_m – амплитуда приложенного напряжения, В; ω – угловая частота приложенного напряжения, рад/с, $\omega = 2\pi f$.

Проинтегрировав правую и левую части выражения, получим

$$I(t, s) = \frac{-U_m \cos(\omega t)}{\omega L(s)} = \frac{-U_m \cos(\omega t)}{X(s)}. \quad (13)$$

Так как магнитный поток

$$\Phi(t, s) = \frac{L(s)I(t, s)}{W}, \quad (14)$$

то после подстановки из вышеприведенного выражения $I(t, s)$ получим:

$$\Phi(t) = L(s) \frac{-U_m \cos(\omega t)}{\omega L(s)W} = -\frac{U_m \cos(\omega t)}{\omega W}. \quad (15)$$

Как видим, величина магнитного потока не зависит от s .

Сила притяжения якоря электромагнита (возмущающая сила) [12]:

$$Z(t) = -\frac{\Phi(t)^2}{\mu_0 S_p} = -\frac{U_m^2 \cos^2(\omega t)}{\omega^2 W^2 \mu_0 S_p} = Z_m \cos^2(\omega t), \quad (16)$$

где Z_m – максимальное значение силы, Н, $Z_m = -\frac{U_m^2}{\omega^2 W^2 \mu_0 S_p}$.

Здесь знак минус перед выражением возмущающей силы показывает, что сила направлена на уменьшение зазора.

Противодействует этой силе восстанавливающая сила пружины 3 (см. рис. 1):

$$P(t) = -Gs(t), \quad (17)$$

где G – жесткость пружины, Н/м.

На якорь действует также сила Q сопротивления среды, пропорциональная скорости движения якоря с коэффициентом пропорциональности k . Она направлена в сторону обратную направлению скорости, т. е. если скорость, направленную на увеличение зазора считать положительной, то сила сопротивления будет иметь отрицательный знак. Тогда

$$Q(t) = -k \frac{d\delta(t)}{dt} = -ks'(t). \quad (18)$$

Равнодействующая этих сил

$$R(t) = Z(t) + P(t) + Q(t). \quad (19)$$



При этом ускорение, которое получает якорь под воздействием этих сил

$$s''(t) = \frac{R(t)}{m} = -\frac{U_m^2 \cos(\omega t)^2}{m\omega^2 W^2 \mu_0 S_p} - G \frac{s(t)}{m} - k \frac{s'(t)}{m}, \quad (20)$$

где m – масса якоря и жестко связанных с ним деталей, кг.

Обозначим:

$$D = \frac{k}{m}; \quad E = \frac{G}{m}; \quad Z_m = -\frac{U_m^2}{m\omega^2 W^2 \mu_0 S_p}.$$

Подставив произведенные обозначения в уравнение (20), и произведя некоторые перестановки его членов, получим представленное в стандартном виде неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами [13]:

$$s''(t) + Ds'(t) + Es(t) = Z(t). \quad (21)$$

Результатом его решения будет зависимость отклонения положения якоря, а также значение воздушного зазора от времени, позволяющая определить область, в пределах которой осуществляется вынужденное колебание якоря, и его амплитуду.

Результаты исследований. Решение уравнения осуществим в математической среде Mathcad [14]. В качестве примера примем следующие параметры электромагнита: $a = 0,05$ м; $b = 0,04$ м; $c = 0,06$ м; $d = 0,07$ м; $W = 2000$; $\delta_0 = 0,01$ м; $G = 80000$ Н/м; $k = 150$ Нс/м; $m = 5$ кг; $U_m = 110$ В; $f = 10$ Гц.

По вышеприведенным формулам последовательно определим:

$$S_m = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2; \quad S_p = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2;$$

$$L_c = 0,46 \text{ м}; \quad \omega = 62,8 \text{ рад/с};$$

$$L(s) = 400/(720,344 + 71620s) \text{ Гн (рис. 3);}$$

$$X(s) = 2,513/(0,072 + 7,162s) \text{ Ом (рис. 4).}$$

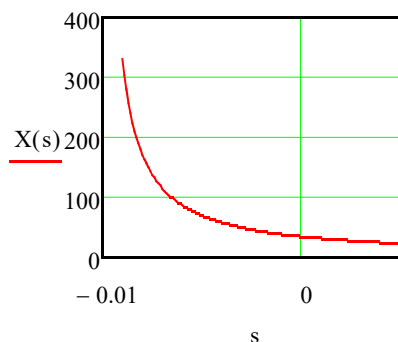


Рис. 3. График зависимости $L(s)$

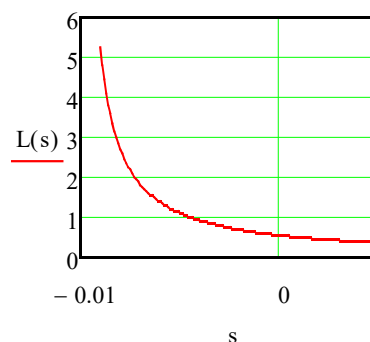


Рис. 4. График зависимости $X(s)$

При подключении катушки электромагнита на синусоидальное напряжение с амплитудой U_m частотой f (конкретные значения приняты выше) через обмотку начнет протекать ток

$$I(t, s) = -\frac{110 \cos(\omega t)(0,072 + 7,162s)}{2,513} = -(3,152 + 2,85s) \cos(\omega t). \quad (22)$$

Как видим, ток зависит от времени по синусоидальному закону, а его величина в каждый конкретный момент времени прямо пропорциональна отклонению якоря от нейтрального положения. Графики этих зависимостей представлены на рис. 5.

Этому току соответствует зависимость магнитного потока от времени (рис. 6):

$$\Phi(t) = -\frac{110 \cos(62,83t)}{62,83W}. \quad (23)$$

Максимальное значение силы притяжения якоря $Z_m = -60,98$ Н. Тогда зависимость этой силы от времени (рис. 6):

$$Z(t) = 60,98 \cos(62,83t)^2. \quad (24)$$



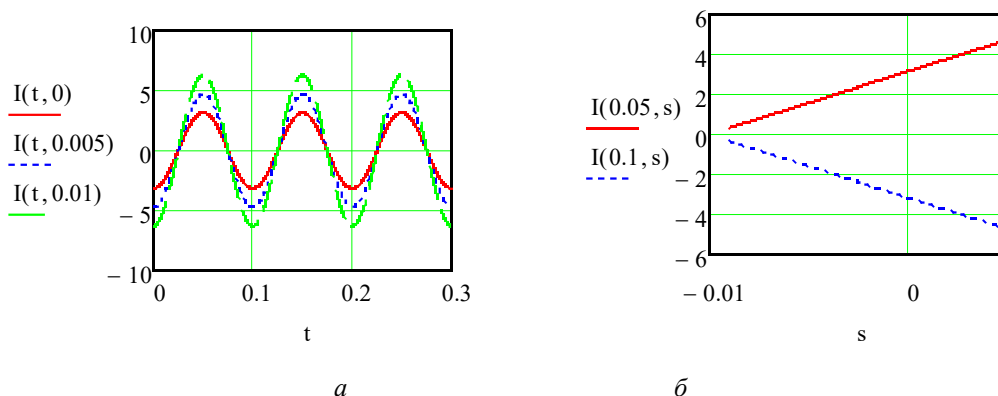


Рис. 5. Зависимость тока катушки от времени (а) и от отклонения положения якоря от нейтрали (б)

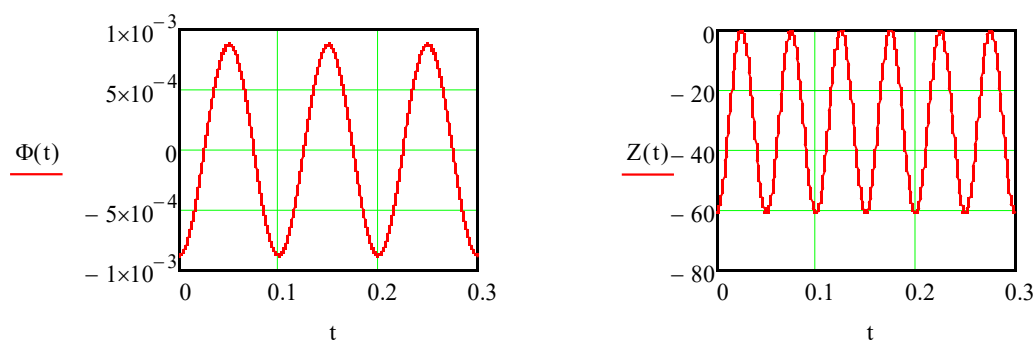


Рис. 6. Зависимости магнитного потока Φ и силы притяжения якоря Z от времени t

Далее определяются коэффициенты дифференциального уравнения второго порядка: $D = 30$; $E = 16000$; $Z_m = -61$ и записывается уравнение в стандартном виде

$$s''(t) + 30s'(t) + 16000s(t) = -61\cos(62,83t)^2.$$

Решение данного дифференциального уравнения для нулевых начальных условий осуществим с помощью вычислительного блока Given-Odesolve математической системы Mathcad [15]:

$$\text{Given } s''(t) + 30 \cdot s'(t) + 16000 \cdot s(t) = -61 \cdot \cos(62,83t)^2 \quad s(0) = -0.01 \quad s'(0) = 0$$

$$s := \text{Odesolve}(t, 0.5) \quad t := 0.001 \dots 0.5$$

График полученной зависимости $s = f(t)$ приведен на рис. 7.

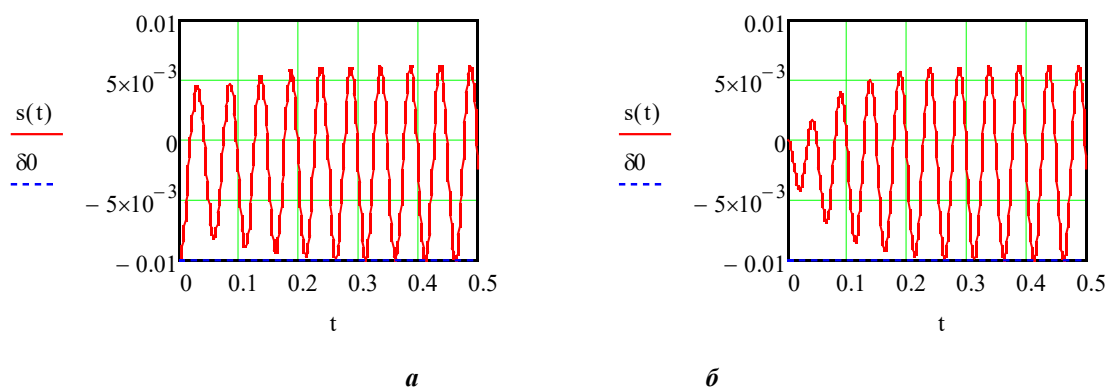


Рис. 7. График зависимости отклонения якоря от нейтрального положения в функции времени при начальном положении якоря $-0,01$ (а) и 0 (б)

Как видим, размах колебаний (две амплитуды) в установившемся режиме составляет 17 мм и не зависит от начального (в момент подачи напряжения на обмотку электромагнита) положения якоря. Начальное положение якоря влияет на характер колебаний в переходном режиме, который в обоих случаях заканчивается за 4...5 периодов колебаний. В данном случае частота и амплитуда напряжения питания подобраны таким образом, что колебание якоря осуществляется в пределах воздушного зазора при максимальном в то же время безударном сближении полюсов.





Представляет интерес определить оптимальное соотношение частоты и приложенного напряжения, при котором размах колебаний имеет максимальное значение при минимально возможном сближении полюсов. С этой целью для дискретного ряда частот приложенного напряжения устанавливается амплитуда напряжения, при которой колебание якоря осуществляется в диапазоне воздушного зазора от нуля и выше. Фиксируется при этом размах Δs колебаний. Перечисленные действия производятся для масс якоря и связанных с ним частей 2,5; 5; и 10 кг. По их результатам строятся зависимости Δs и U_m от частоты.

На рис. 8 представлены кривые зависимости $\Delta s(f)$ для различных масс якоря и связанных с ним частей.

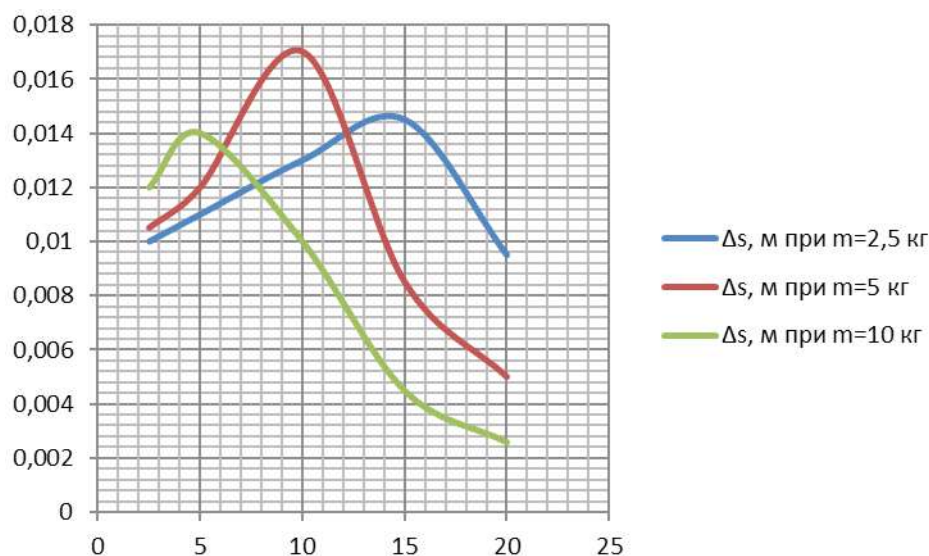


Рис. 8. Графики зависимостей Δs от частоты f

Анализ кривых показывает, что максимум размаха колебаний наблюдается при определенных (оптимальных) частотах напряжения питания катушки электромагнита, соответствующих массе якоря и жестко связанных с ним органов технологической установки. Причем по мере увеличения массы величина оптимальной частоты снижается, а максимальный размах колебаний при оптимальной частоте наблюдается для принятых параметров вибратора при массе 5 кг, которая и является наиболее соответствующей данным параметрам вибратора.

Оптимальной частоте напряжения питания соответствует и оптимальная величина амплитуды напряжения, которая практически линейно увеличивается с увеличением частоты (рис. 9).

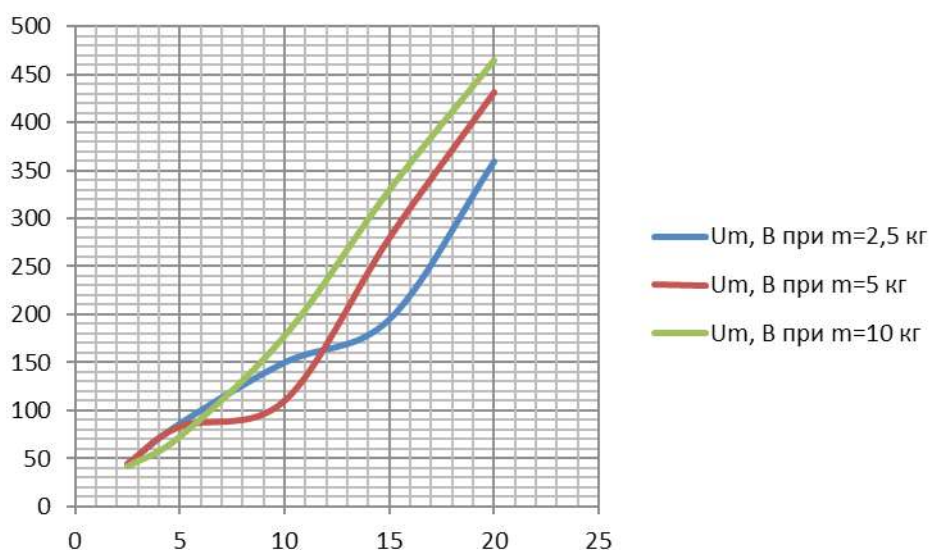


Рис. 9. Графики зависимостей U_m от частоты f

Заключение. Проведенный в работе анализ и разработанная методика определения выходных параметров электромагнитного вибратора позволяют для конкретных исходных геометрических и физических параметров вибратора определить безударную траекторию движения якоря элек-

тромагнита, частоту и область колебаний, а также оптимальные частоту и напряжения питания катушки электромагнита. В случае необходимости произвести корректировку под заданные технологическим объектом требования к выходным параметрам вибратора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акчурин С. В., Пугачев В. В. Вибрационный сепаратор зерна с линейным асинхронным двигателем в приводе // Известия Оренбургского государственного аграрного университета. 2015. № 3(53). С. 75-77. EDN LVCZDV.
2. Ушаков Ю. А., Пугачев В. В., Пугачева Е. В. Применение безредукторного электропривода для машин послеуборочной обработки зерна // Инновации в сельском хозяйстве. 2016. № 1(16). С. 148-150. EDN WYLZNT.
3. Лучшие вибрационные насосы. URL: <https://www.kp.ru/expert/dom/luchshie-vibraczionnye-nasosy/?ysclid=lajk1q9gdc814714753> (Дата обращения 10.11.2022).
4. Вибрационный насос с верхним и нижним забором воды, принцип действия, конструкция, эксплуатация и различия. URL: <https://m-strana.ru/articles/vibratsionnyy-pogruznoy-nasos/> (Дата обращения 18.10.2022).
5. Принцип работы вибрационных насосов. URL: <https://stroy-podskazka.ru/vodosnabzhenie/nasosnaya-stanciya/vibraczionnaya/?ysclid=lajkd4bhkt334704227> (Дата обращения 06.09.2022).
6. Ручная машина с возвратно-поступательным движением рабочего органа. URL: <https://findpatent.ru/patent/246/2464158.html> (Дата обращения 16.11.2022).
7. Гордон А.В., Сливинская А.Г. Электромагниты переменного тока. М., 1968. 198 с.
8. Патент на изобретение №2726336 C1 RU. Электромагнитный двигатель возвратно-поступательного движения / Нейман В.Ю., Нейман Л.А. Патентообладатель: ФГБОУ «Новосибирский государственный технический университет». Опубл. 13.07.2020. Бюл. № 20.
9. Виброгальтовочная установка лотковая. Галтовка ВУЛ. URL: https://альсеп.рф/galtovka_vibroustanovka.html (Дата обращения 07.08.2022).
10. Петько В.Г. Комбинированная защита токоприемников от несимметрии напряжения в электрической сети // Известия Оренбургского государственного аграрного университета. 2019. №3(77). С. 197–202.
11. Мансуров Н.Н., Попов В.С. Теоретическая электротехника. М., 1965. 209 с.
12. Атабеков Г.И., Тимофеев А.Б., Хухриков С.С. Теоретические основы электротехники, ч. II, Нелинейные цепи. М., 1970. 61 с.
13. Бермант А.Ф., Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа для вузов. М., 1966. 605 с.
14. Дьяконов В.П. Справочник по MathCAD PLUS 7.0 PRO. М., 1998. 352 с.
15. Макаров Е.А. Mathcad, учебный курс. М., 2009. 161 с.

REFERENCES

1. Akchurin S. V., Pugachev V. V. Vibrating grain separator with a linear asynchronous motor in the drive. *Proceedings of the Orenburg State Agrarian University*. 2015; 3(53): 75-77. EDN LVCZDV.
2. Ushakov Yu. A., Pugachev V. V., Pugacheva E. V. The use of a gearless electric drive for machines for post-harvest processing of grain. *Innovations in agriculture*. 2016; 1(16): 148-150. EDN WYLZNT.
3. The best vibration pumps. URL: <https://www.kp.ru/expert/dom/luchshie-vibraczionnye-nasosy/?ysclid=lajk1q9gdc814714753> (Accessed 10.11.2022).
4. Vibration pump with upper and lower water intake, principle of operation, design, operation and differences. URL: <https://m-strana.ru/articles/vibratsionnyy-pogruznoy-nasos/> (Accessed 10/18/2022).
5. The principle of operation of vibration pumps. URL: <https://stroy-podskazka.ru/vodosnabzhenie/nasosnaya-stanciya/vibraczionnaya/?ysclid=lajkd4bhkt334704227> (Accessed 09/06/2022).
6. Manual machine with reciprocating movement of the working body. URL: <https://findpatent.ru/patent/246/2464158.html> (Accessed 11/16/2022).
7. Gordon A.V., Slivinskaya A.G. AC electromagnets. Moscow, 1968. 198 p.
8. Patent for invention No. 2726336 C1 RU. Electromagnetic motor of reciprocating motion / Neiman V. Yu., Neiman L.A. Patentee: FGBOU "Novosibirsk State Technical University". Published 07/13/2020. Bull. No. 20.
9. Tray vibrotumbling installation. Galtovka VUL. URL: https://alsep.rf/galtovka_vibroustanovka.html (Accessed 07.08.2022).
10. Petko V.G. Combined protection of current collectors from voltage unbalance in the electrical network. *Proceedings of the Orenburg State Agrarian University*. 2019; 3 (77): 197–202.
11. Mansurov N.N., Popov V.S. Theoretical electrical engineering. Moscow, 1965. 209 p.
12. Atabekov G.I., Timofeev A.B., Khukhrikov S.S. Theoretical foundations of electrical engineering, part II, Non-linear circuits. Moscow, 1970. 61 p.
13. Bermant A.F., Aramanovich I.G. A short course in mathematical analysis for higher technical schools. Moscow, 1966. 605 p.
14. Dyakonov V.P. Reference for MathCAD PLUS 7.0 PRO. Moscow, 1998. 352 p.
15. Makarov E.A. Mathcad, training course. Moscow, 2009. 161 p.

Статья поступила в редакцию 1.12.2022; одобрена после рецензирования 20.01.2023; принята к публикации 2.02.2023.
The article was submitted 2.12.2022; approved after reviewing 20.01.2023; accepted for publication 2.02.2023.

