Аграрный научный журнал. 2025. № 11. С. 159–169
Agrarian Scientific Journal. 2025;(11):159–169

АГРОИНЖЕНЕРИЯ

4.3.2. Электротехнологии, электрооборудование и энергоснабжение агропромышленного комплекса

Научная статья
УДК 621.3
https://doi.org/10.28983/asj.y2025i11pp159-169

Влияние отклонения частоты питающего напряжения на порог срабатывания фильтровой защиты асинхронного электродвигателя от асимметрии тока

Виктор Гаврилович Петько, Ильмира Агзамовна Рахимжанова, Юрий Андреевич Ушаков, Альфия Фагитовна Абдюкаева, Алексей Сергеевич Байков
Оренбургский ГАУ, г. Оренбург, Россия
e-mail: kaf-36@yandex.ru

Аннотация. В статье проведено исследование влияния отклонения частоты электрической сети от нормируемой на погрешность срабатывания защиты от асимметрии токов электродвигателя на основе RC-фильтров симметричных составляющих прямой и обратной последовательностей фаз. Порог включения защиты при допустимом соотношении токов прямой и обратной последовательностей фаз электрического двигателя устанавливается равным ему соотношением соответствующих сопротивлений фильтров прямой и обратной последовательностей фаз. При этом в каждом фильтре для адекватной реакции на составляющие прямой и обратной последовательности при стандартной частоте сети сопротивления f_s должны находиться в соотношении $r_2 : r_1 : x_{1S} = 1 : \frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2}$. Однако, поскольку емкостное сопротивление x_{1S} конденсаторов, применяемых в схеме RC-фильтров, обратно пропорционально частоте питающей сети, это соотношение нарушается при отклонении частоты от номинальной. Данное расхождение приводит к расхождению соотношений токов на выходах фильтров с допустимым соотношением токов на фазах электродвигателя, т.е. к появлению погрешности порога срабатывания защиты. Исследования показали, что максимальная относительная погрешность срабатывания защиты наблюдается при углах между векторами электрических токов прямой и обратной последовательностей фаз, составляющих 0 и 180 градусов. Кроме того, установлено, что данная погрешность прямо пропорциональна величине отклонения частоты от номинального значения и обратно пропорциональна установленному порогу срабатывания защиты. Ее предельное значение выше 0,08 и 0,20 соответственно, учитывая, что предельно допустимое отклонение частоты в централизованной сети составляет ±0,4 Гц, а в автономной сети ±1,0 Гц, погрешность срабатывания защиты не превышает ±5 % при установленном пороге срабатывания (уставке).

Ключевые слова: устройство защиты, обратная последовательность фаз, порог срабатывания, коэффициент асимметрии

Для цитирования: Петько В. Г., Рахимжанова И. А., Ушаков Ю. А., Абдюкаева А. Ф., Байков А. С. Влияние отклонения частоты питающего напряжения на порог срабатывания фильтровой защиты асинхронного электродвигателя от асимметрии тока // Аграрный научный журнал. 2025. № 11. С. 159–169. https://doi.org/10.28983/asj.y2025i11pp159-169.

AGRICULTURAL ENGINEERING

Original article

Influence of supply voltage frequency deviation on the response level of filter protection of an induction motor from current asymmetry

Viktor G. Petko, Ilmira A. Rakhimzhanova, Yuri A. Ushakov, Alfiya F. Abdyukayeva, Aleksey S. Baikov
Orenburg State Agrarian University, Orenburg, Russia
e-mail: kaf-36@yandex.ru

Abstract. The paper investigates the effect of the deviation of the frequency of the electric network from the normalized one on the error of operation of protection against asymmetry of electric motor currents based on RC-filters of symmetrical components of the positive and negative phase sequences. The threshold for switching on protection at an acceptable ratio of the currents of the positive and negative phase sequences of an electric motor is set by an equal ratio of the corresponding resistances of the filters of the positive and negative phase sequences. At the same time, in each filter, for an adequate response to the components of the positive and negative sequence at the f_s standard frequency, the resistance networks must be in the ratio $r_2 : r_1 : x_{1S} = 1 : \frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2}$.

However, since the capacitive resistance x_{1S} of condensers used in the RC-filter circuit is inversely proportional to the frequency of the supply network, this ratio is violated when the frequency deviates from the nominal one. This discrepancy leads to a discrepancy in the ratio of currents at the filter outputs to the permissible ratio of currents at the phases of the electric motor, i.e. the appearance of an error in the protection response level. Research has shown that the maximum relative error in the protection tripping occurs at angles between the vectors of the electrical currents of the direct and reverse sequence phases equal to 0 and 180 degrees. Furthermore, it has been established that this error is directly proportional to the magnitude of the frequency deviation from the nominal value and inversely proportional to the set protection tripping threshold. Its maximum value is higher than 0.08 and 0.20, respectively, taking into account that the maximum permissible frequency deviation in a centralized network is ±0.4 Hz, and in an autonomous network ±1.0 Hz, the error of protection operation does not exceed ± 5 % with a set response level (operating threshold).

***Keywords**:* protection device, negative phase sequence, response level, asymmetry coefficient

For citation: Petko V. G., Rakhimzhanova I. A., Ushakov Yu. A., Abdyukaeva A. F., Baikov A. S. Influence of supply voltage frequency deviation on the response level of filter protection of an induction motor from current asymmetry. *Agrarnyy nauchnyy zhurnal = Agrarian Scientific Journal.* 2025;(11):159–169. (In Russ.). https://doi.org/10.28983/asj.y2025i11pp159-169.

Введение. Одной из основных причин поломки асинхронных трехфазных электродвигателей является асимметрия фазных токов, вызванная асимметрией питающего напряжения, витковыми замыканиями или обрывом цепей обмоток. В большинстве случаев это наблюдается на сельскохозяйственном производстве, т.к. условия эксплуатации электродвигателей более жесткие за счет пагубного воздействия окружающей среды [1].

В результате именно в сельском хозяйстве выход из строя асинхронных электродвигателей из-за асимметричных режимов работы составляет более 30 % от общего числа [12].

Материалы и методы. Для защиты от асимметричного по току режима работы электродвигателей на данный момент применяют различные по принципу действия устройства [3, 9, 10, 13, 14]. В основном это фильтровые устройства защиты на основе RC-фильтров симметричных составляющих. Наиболее распространено фильтровое устройство защиты, реагирующее на непосредственный показатель асимметрии – симметричную составляющую тока обратной последовательности фаз, определяющую аварийный режим работы электродвигателя [5]. Фильтр адекватно реагирует на аварийный режим электродвигателя, т.к. именно электрический ток обратной последовательности фаз вызывает перегрев обмоток статора, что в итоге приводит к выходу из строя силового агрегата.

Принципиальная схема такого устройства защиты изображена на рисунке 1 [15, 16].

Электродвигатель М подсоединен к трехфазной сети переменного тока с частотой 50,0 или 60,0 Гц и напряжением 220/380 В через силовые контакты магнитного пускателя КМ. В качестве датчиков тока в этом устройстве защиты используют трансформаторы тока ТА1 и ТА2. К фазам А и С питающей сети подключены их первичные обмотки. Вторичные токи трансформаторов тока $\underline{I}_{T1}$ и $\underline{I}_{T2}$, пропорциональные линейным токам $\underline{I}_A$ и $\underline{I}_C$ электродвигателя, замыкаясь через балластные резисторы R1 и R2 с одинаковой величиной сопротивления ($r_{B1} = r_{B2} = r_B$), создают на них падения напряжения:

$$\underline{U}_1 = \underline{I}_{T1} r_B = \frac{\underline{I}_A r_B}{K_T}, \qquad \underline{U}_2 = \underline{I}_{T2} r_B = \frac{\underline{I}_C r_B}{K_T}, \tag{1}$$

где K_T – коэффициент трансформации трансформаторов тока.

При асимметрии линейных токов обмоток статора электродвигателя их значения могут быть распределены на симметричные составляющие прямой последовательности фаз $\underline{I}_1$, обратной последовательности фаз $\underline{I}_2$ и тока нулевой последовательности фаз $\underline{I}_0$ [4]. Поскольку установка подключается к трехфазной сети, последнее значение будет равно нулю.

Степень асимметрии токов по составляющей обратной последовательности фаз принято оценивать коэффициентами асимметрии $k = \frac{I_2}{I_1}$ [11]. Тогда, приняв начальную фазу симметричной составляющей тока прямой последовательности фазы А равной нулю, вектор этого тока в фазах А и С будет равен

$$\underline{I}_{1A} = \underline{I}_{1A}\, e^{j0} = I_{1A} \qquad \text{и} \qquad \underline{I}_{1C} = a\, \underline{I}_{1A}, \tag{2}$$

где $\underline{I}_{1A}$ – действующее значение (модуль) тока прямой последовательности в фазе А; e^{j0} – оператор поворота вектора тока фазы А; $\underline{I}_{1C}$ – действующее значение (модуль) тока прямой последовательности в фазе С; a – фазовращающая функция, при умножении на которую вектор тока поворачивается против часовой стрелки на 120 градусов, не изменяясь по величине, $a = e^{j2\pi/3} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$.

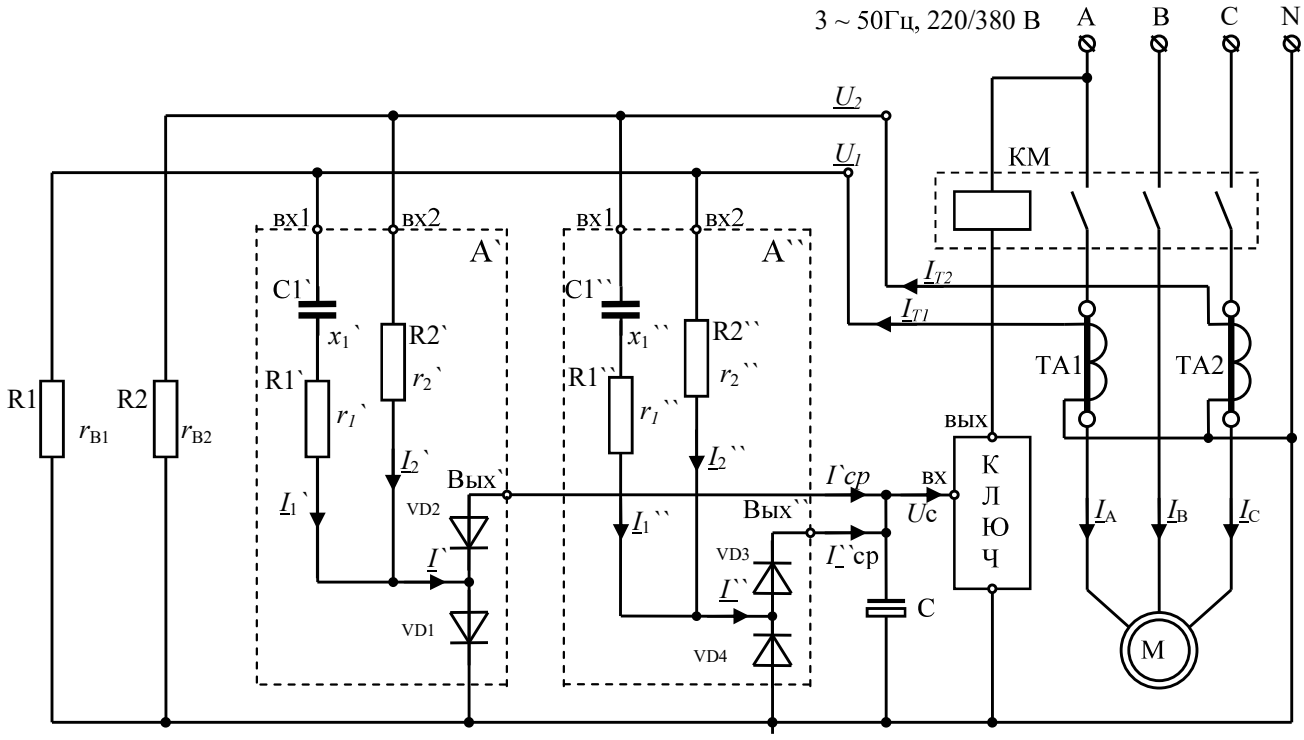


Рисунок 1 – Принципиальная схема устройства защиты электродвигателя от асимметрии тока

Figure 1 – Schematic circuit diagram of an electric motor protection device against current asymmetry

Векторы токов обратной последовательности в фазах А и С в функции k и α рассчитывают по формулам:

$$\underline{I}_{2A}(k,\alpha) = k\, \underline{I}_{1A} e^{j\alpha} \qquad \text{и} \qquad \underline{I}_{2C}(k,\alpha) = a^2 I_{2A}(k,\alpha), \tag{3}$$

где α – угол между векторами токов прямой и обратной последовательностей фаз, рад, $a^2 = e^{j4\pi/3} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$ – фазовращающая функция, при умножении на которую вектор тока поворачивается против часовой стрелки на 240 градусов, не изменяясь по величине.

Тогда линейные токи электродвигателя будут равны:

$$\underline{I}_A(k,\alpha) = \underline{I}_{1A} + \underline{I}_{2A}(k,\alpha) = \underline{I}_{1A} + k\underline{I}_{1A} e^{j\alpha}; \tag{4}$$

$$\underline{I}_C(k,\alpha) = \underline{I}_{1C} + \underline{I}_{2C}(k,\alpha) = a\, \underline{I}_{1A} + a^2\, \underline{I}_{2A}(k,\alpha) = a\, \underline{I}_{1A} + a^2\, k\, \underline{I}_{1A} e^{j\alpha}. \tag{5}$$

С учетом вышеизложенного уравнения (1) напряжения могут быть записаны в следующем виде:

$$\underline{U}_1(k,\alpha) = \frac{\underline{I}_A(k,\alpha) r_B}{K_T} = \frac{(\underline{I}_{1A} + k\underline{I}_{1A} e^{j\alpha}) r_B}{K_T}\ ; \tag{6}$$

$$\underline{U}_2(k,\alpha) = \frac{(a\underline{I}_{1A} + a^2 \underline{I}_{2A}(k,\alpha)) r_B}{K_T} = \frac{(a\underline{I}_{1A} + a^2 k \underline{I}_{1A} e^{j\alpha}) r_B}{K_T}. \tag{7}$$

Эти напряжения подаются на модуль А` к его первому и второму входу, а также на модуль А`` к его второму и первому входу. У каждого входа и выхода модулей имеются преобразователи

поданных на них напряжений в пропорциональный им ток. Каждый преобразователь установлен соответственно между первым и вторым входами модулей и (через диоды) нулевым проводом электрической сети. Во вторые преобразователи установлены резисторы R2` и R2`` с активными сопротивлениями $r_2$` и $r_2$`` соответственно, а первые преобразователи того и другого модуля состоят каждый из последовательно включенных резисторов R1` и R1`` с активными сопротивлениями $r_1$` и $r_1$`` и конденсаторов C1` и C1`` с емкостями $C_1$` и $C_1$`` и реактивными сопротивлениями при стандартной (номинальной) частоте сети f_s, равной 50,0 или 60,0 Гц, x_{1S}` и x_{1S}``, соответственно.

Активные сопротивления преобразователей в каждом из модулей и реактивные сопротивления x_{1S} для стандартной частоты *fs* сетевого напряжения приведены в соотношении

$$r_2 : r_1 : x_{1S} = 1 : \frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad (8)$$

Таким образом, приняв за базу сопротивления r_2` и устанавливаемую при изготовлении преобразователей величину $y$ соотношения соответствующих сопротивлений в модулях А` и А``, изменяющуюся в общем случае в пределах от значения близкого к нулю до 1, запишем:

$$r_2``(y) = yr_1`;\ r_1` = \frac{1}{2}r_2`;$$

$$r_1``(y) = \frac{1}{2}r_2``(y); \quad (9)$$

$$x_{1S}` = \frac{\sqrt{3}}{2}r_2`;$$

$$x_{1S}``(y) = \frac{\sqrt{3}}{2}r_2``(y).$$

Поскольку

$$x_{1S}` = \frac{1}{2\pi f_S C_1`} = \frac{\sqrt{3}}{2}r_2`, \quad (10)$$

а

$$x_{1S}``(y) = \frac{1}{2\pi f_S C_1``(y)} = \frac{\sqrt{3}}{2}r_2``(y), \quad (11)$$

то емкости конденсаторов, обеспечивающие значения реактивных сопротивлений в соответствии с выражениями (10) и (11), будут равны [5]:

$$C_1` = \frac{1}{2\pi f_S x_{1S}`} = \frac{1}{\sqrt{3}\pi f_S r_2`} \quad (12)$$

и

$$C_1``(y) = \frac{1}{2\pi f_S x_{1S}``(y)} = \frac{1}{\sqrt{3}\pi f_S r_2``(y)}. \quad (13)$$

Тогда комплексы полных сопротивлений преобразователей для стандартной частоты сети рассчитаем следующим образом:

$$Z_{1S}` = r_1` - jx_{1S}` = \frac{1}{2}r_2` - j\frac{\sqrt{3}}{2}r_2` = -ar_2`; \quad (14)$$

$$Z_2` = r_2`; \quad (15)$$

$$Z_{1S}``(y) = r_1``(y) - jx_{1S}``(y) = \frac{1}{2}r_2``(y) - j\frac{\sqrt{3}}{2}r_2``(y) = -ar_2``(y); \quad (16)$$

$$Z_2``(y) = r_2``(y). \quad (17)$$

Поскольку базовые сопротивления преобразователей приняты как минимум на два порядка больше сопротивлений балластных резисторов, можно считать, что подключение преоб-

разователей к соответствующим выходам установленных трансформаторов тока на значение входных напряжений U_1 и U_2 существенно не повлияет.

С учетом выражений (6) и (7) векторы токов в преобразователях при стандартной частоте *fs* напряжения сети будут равны:

$$\underline{I}_{1S}`(k,\alpha) = \frac{\underline{U}_1(k,\alpha)}{Z_{1S}`} = -\frac{(\underline{I}_{1A}+k\underline{I}_{1A}e^{j\alpha})r_B}{K_T a r_2`} = -\frac{(\underline{I}_{1A}+\underline{I}_{2A})r_B}{K_T a r_2`}; \quad (18)$$

$$\underline{I}_{2S}`(k,\alpha) = \frac{\underline{U}_2(k,\alpha)}{Z_2`} = \frac{(a\underline{I}_{1A}+a^2k\underline{I}_{1A}e^{j\alpha})r_B}{K_T r_2`} = \frac{(a\underline{I}_{1A}+a^2\underline{I}_{2A})r_B}{K_T r_2`}; \quad (19)$$

$$\underline{I}_{1S}``(y,k,\alpha) = \frac{\underline{U}_2(k,\alpha)}{Z_{1S}``(y)} = -\frac{(a\underline{I}_{1A}+a^2k\underline{I}_{1A}e^{j\alpha})r_B}{K_T a r_2``(y)} = -\frac{(a\underline{I}_{1A}+a^2\underline{I}_{2A})r_B}{K_T a r_2``(y)}; \quad (20)$$

$$\underline{I}_{2S}``(y,k,\alpha) = \frac{\underline{U}_1(k,\alpha)}{Z_{2``}(y)} = \frac{(\underline{I}_{1A}+k\underline{I}_{1A}e^{j\alpha})r_B}{K_T r_2``(y)} = \frac{(\underline{I}_{1A}+\underline{I}_{2A})r_B}{K_T r_2``(y)}, \quad (21)$$

а их суммарные значения на выходе модулей будут равны:

$$\underline{I}_S` = \underline{I}_{1S}` + \underline{I}_{2S}` = -\frac{(\underline{I}_{1A}+\underline{I}_{2A})r_B}{K_T a r_2`} + \frac{(a\underline{I}_{1A}+a^2\underline{I}_{2A})r_B}{K_T r_2`}; \quad (22)$$

$$\underline{I}_S``(y) = \underline{I}_{1S}``(y) + \underline{I}_{2S}``(y) = \frac{(\underline{I}_{1A}+\underline{I}_{2A})r_B}{K_T r_2``(y)} - \frac{(a\underline{I}_{1A}+a^2\underline{I}_{2A})r_B}{K_T a r_2``(y)}. \quad (23)$$

После преобразований:

$$\underline{I}S` = \frac{r_B}{K_T r_2`}(-a^2\underline{I}_{1A} - a^2\underline{I}_{2A} + a\underline{I}_{1A} + a^2\underline{I}_{2A}) = \frac{r_B(a-a^2)}{K_T r_2`}\underline{I}_{1A} = \frac{r_B\sqrt{3}}{K_T r_2`}\underline{I}_{1A}; \quad (24)$$

$$\underline{I}S``(y) = \frac{r_B}{K_T r_2``(y)}(\underline{I}_{1A} + \underline{I}_{2A} - \underline{I}_{1A} - a\underline{I}_{2A}) = \frac{r_B(1-a)}{K_T r_2``(y)}\underline{I}_{2A} = \frac{a r_B\sqrt{3}}{K_T r_2``(y)}\underline{I}_{2A}. \quad (25)$$

С учетом выражений (2) и (3) определим действующие значения указанных токов:

$$I_S` = \frac{r_B\sqrt{3}}{K_T r_2`}I_{1A}; \quad (26)$$

$$I_S``(y) = \frac{r_B\sqrt{3}}{K_T r_2``(y)}kI_{1A}. \quad (27)$$

Таким образом, на выходе модуля А` действующее значение тока пропорционально составляющей тока электродвигателя прямой последовательности фаз, а на выходе модуля А`` – составляющей тока электродвигателя обратной последовательности фаз. Из этого следует, что модуль А` является фильтром тока прямой последовательности фаз, а модуль А`` – фильтром тока обратной последовательности фаз.

В каждом модуле находится по два диода: VD1 и VD2 установлены в первом модуле А`, а VD3 и VD4 установлены во втором модуле А``. Положительная полуволна тока $I_S`$ и отрицательная полуволна тока $I_S``$ через первый и четвертый диоды замыкаются на нулевую шину, а отрицательная полуволна тока $I_S`$ и положительная полуволна тока $I_S``$ поступают на конденсатор С через второй и третий диоды. При этом с конденсатора за каждый полупериод будет исходить заряд $\frac{I`_{ср}T}{2}$, а поступать заряд $\frac{I``_{ср}T}{2}$, где $I`_{ср}$ и $I``_{ср}$ – средние за полупериод токи:

$$I`_{ср} = \frac{0{,}677}{0{,}707}I_S` = 0{,}958\frac{r_B\sqrt{3}}{K_T r_2`}I_{1A}, \quad (28)$$

$$I``_{\text{ср}}(y) = \frac{0{,}677}{0{,}707} I_S``(y) = 0{,}958 \frac{r_{\text{В}}\sqrt{3}}{K_{\text{Т}} r_2``(y)} k I_{1\text{А}}. \quad (28\text{а})$$

При асимметрии токов меньше допустимой ($k < k_d$) положительный заряд, приходящий с модуля А``, меньше отрицательного заряда, приходящего с модуля А`. В связи с этим на обкладках конденсатора наводится отрицательное напряжение по отношению к нулевой шине. Значение напряжения не превышает 1 В, т.к. большая часть отрицательного заряда будет сбрасываться через третий и четвертый диод модуля А``. При таком напряжении на вводе ключа он остается открытым, и электродвигатель продолжает работать, т.к. через катушку магнитного пускателя КМ проходит электрический ток, а его силовые контакты замкнуты.

По мере увеличения коэффициента k асимметрии линейных токов электродвигателя и увеличения вследствие этого положительного тока $I``_{\text{ср}}$ произойдет перезарядка конденсатора, напряжение на нем увеличится до 1 В максимум, поскольку излишек положительного заряда будет сбрасываться на нулевую шину через диоды VD2 и VD1. При таком напряжении на входе ключа он закрывается, катушка магнитного пускателя обесточивается, контакты пускателя размыкаются, электродвигатель отключается. Ключ за счет организованной в его конструкции положительной обратной связи остается в отключенном состоянии, несмотря на уменьшение токов с выходов фильтров до нуля. Коэффициент k асимметрии токов электродвигателя, при котором происходит срабатывание защиты при стандартной частоте сети, обозначим символом y. Тогда с учетом равенства выходных токов фильтров при срабатывании защиты:

$$I`_{\text{ср}} = I``_{\text{ср}}(y) = 0{,}958 \frac{r_{\text{В}}\sqrt{3}}{K_{\text{Т}} r_2`} I_{1\text{А}} = 0{,}958 \frac{r_{\text{В}}\sqrt{3}}{K_{\text{Т}} r_2``(y)} y I_{1\text{А}}, \quad (29)$$

откуда

$$y = \frac{r_2``(y)}{r_2`}. \quad (30)$$

Соотношение $\frac{r_2``}{r_2`}$ и связанные с ним соотношения по выражению (9) $\frac{r_1``}{r_1`}$ и $\frac{x_{1S}``}{x r_2 S`}$ устанавливаются при изготовлении устройства для защиты электродвигателя таковыми, чтобы значение y было равно по условиям эксплуатации электродвигателя допустимому коэффициенту асимметрии токов k_d.

Однако при отклонении частоты питающей электродвигатель сети от стандартной частоты реактивные сопротивления фильтров при тех же самых емкостях конденсаторов будут отличаться от установленных. В функции частоты они будут равны:

$$x_1`(f) = \frac{1}{2\pi f C_1`} = \frac{\sqrt{3} f_S r_2`}{2f} \quad (31)$$

и

$$x_1``(y, f) = \frac{1}{2\pi f C_1``(y)} = \frac{\sqrt{3} f_S r_2``(y)}{2f}. \quad (32)$$

Изменятся и полные сопротивления первых преобразователей:

$$Z_1`(f) = r_1` - j x_1`(f) = r_1` - \frac{j^1}{2\pi f C_1`} = \frac{1}{2} r_2` - j \frac{\sqrt{3} f_s}{2f} r_2`; \quad (33)$$

$$Z_1``(y, f) = r_1``(y) - j x_1``(y, f) = r_1``(y) - \frac{j^1}{2\pi f C_1``(y)} = \frac{1}{2} r_2``(y) - j \frac{\sqrt{3} f_s}{2f} r_2``(y). \quad (34)$$

Тогда и токи в преобразователях в функции частоты будут записаны в следующем виде:

$$\underline{I}_1`(k, \alpha, f) = \frac{\underline{U}_1(k,\alpha)}{Z_1`(f)} = -\frac{(\underline{I}_{1\text{А}} + k \underline{I}_{1\text{А}} e^{j\alpha}) r_{\text{В}}}{K_{\text{Т}} \left(\frac{1}{2} r_2` - j \frac{\sqrt{3} f_s}{2f}\right)} = -\frac{(\underline{I}_{1\text{А}} + \underline{I}_{2\text{А}}(k,\alpha)) r_{\text{В}}}{K_{\text{Т}} \left(\frac{1}{2} r_2` - j \frac{\sqrt{3} f_s}{2f}\right)}; \quad (35)$$

$$\underline{I}_2`(k, \alpha) = \frac{\underline{U}_2(k,\alpha)}{Z_2`} = \frac{(a \underline{I}_{1\text{А}} + a^2 k \underline{I}_{1\text{А}} e^{j\alpha}) r_B}{K_{\text{Т}} r_2`} = \frac{(a \underline{I}_{1\text{А}} + a^2 \underline{I}_{2\text{А}}(k,\alpha)) r_{\text{В}}}{K_{\text{Т}} r_2`}; \quad (36)$$

$$\underline{I}_1``(y,k,\alpha,f)=\frac{\underline{U}_2(k,\alpha)}{Z_1``(y,f)}=-\frac{(a\underline{I}_{1\mathrm{A}}+a^2k\underline{I}_{1\mathrm{A}}e^{j\alpha})r_{\mathrm{B}}}{K_{\mathrm{T}}\left(\frac{1}{2}r_2``(y)-j\frac{\sqrt{3}fs}{2f}\right)}=-\frac{(a\underline{I}_{1\mathrm{A}}+a^2\underline{I}_{2\mathrm{A}}(k,\alpha))r_{\mathrm{B}}}{K_{\mathrm{T}}ar_2``(y)};\qquad(37)$$

$$\underline{I}_2``(y,k,\alpha)=\frac{\underline{U}_1(k,\alpha)}{Z_2``(y)}=\frac{(\underline{I}_{1\mathrm{A}}+k\underline{I}_{1\mathrm{A}}e^{j\alpha})r_{\mathrm{B}}}{K_{\mathrm{T}}r_2``(y)}=\frac{(\underline{I}_{1\mathrm{A}}+\underline{I}_{2\mathrm{A}}(k,\alpha))r_{\mathrm{B}}}{K_{\mathrm{T}}r_2``(y)}.\qquad(38)$$

В результате токи на выходе фильтров:

$$\underline{I}`(k,\alpha,f)=\underline{I}_1`(k,\alpha,f)+\underline{I}_2`(k,\alpha)=-\frac{(\underline{I}_{1\mathrm{A}}+\underline{I}_{2\mathrm{A}}(k,\alpha))r_{\mathrm{B}}}{K_{\mathrm{T}}\left(\frac{1}{2}r_2`-j\frac{\sqrt{3}fs}{2f}\right)}+\frac{(a\underline{I}_{1\mathrm{A}}+a^2\underline{I}_{2\mathrm{A}}(k,\alpha))r_{\mathrm{B}}}{K_{\mathrm{T}}r_2`};\qquad(39)$$

$$\underline{I}``(y,k,\alpha,f)=\underline{I}_1``(y,k,\alpha,f)+\underline{I}_2``(y,k,\alpha)=-\frac{(a\underline{I}_{1\mathrm{A}}+a^2\underline{I}_{2\mathrm{A}}(k,\alpha))r_{\mathrm{B}}}{K_{\mathrm{T}}ar_2``(y)}+\frac{(\underline{I}_{1\mathrm{A}}+\underline{I}_{2\mathrm{A}}(k,\alpha))r_{\mathrm{B}}}{K_{\mathrm{T}}r_2``(y)}.\qquad(40)$$

При увеличении напряжения обратной последовательности фаз на конденсаторе произойдет смена напряжения с отрицательного значения на положительное по сравнению с нулевой шиной. Устройство защиты сработает в тот момент, когда сумма средних величин токов, приходящих на конденсатор С, будет равна нулю:

$$\underline{I}'(k,\alpha,f)-\underline{I}''(y,k,\alpha,f)=0.\qquad(41)$$

Решение данного уравнения относительно k (например, с помощью функции root математической системы Mathcad [8]) позволяет определить фактический коэффициент асимметрии $y_f(y,\alpha,f)$, при котором устройство защиты срабатывает при заданных y, α, и f.

Результаты исследований. По вышеизложенной математической модели рассматриваемого устройства защиты в качестве примера осуществим расчет (31–45) его основных промежуточных и итоговых параметров и зависимостей с использованием математического пакета Mathcad. Объект расчета – двигатель трехфазный асинхронный RA132S4 с номинальным линейным током 11 А [2]. В качестве исходных данных и условий примем коэффициент трансформации трансформаторов тока 800; $r_2`$ = 360000 Ом; диапазоны изменения: порога срабатывания (уставки) защиты от 0,1 до 0,5, коэффициента асимметрии тока электродвигателя от 0 до 0,5, угла между векторами токов прямой и обратной последовательностей фаз от 0 до 360 градусов, частоты питающей электродвигатель сети от 49,0 до 51,0 Гц.

В итоге получили представленный на рисунке 2 график зависимостей действующих значений токов на выходах фильтров от порога срабатывания устройства защиты, угла между

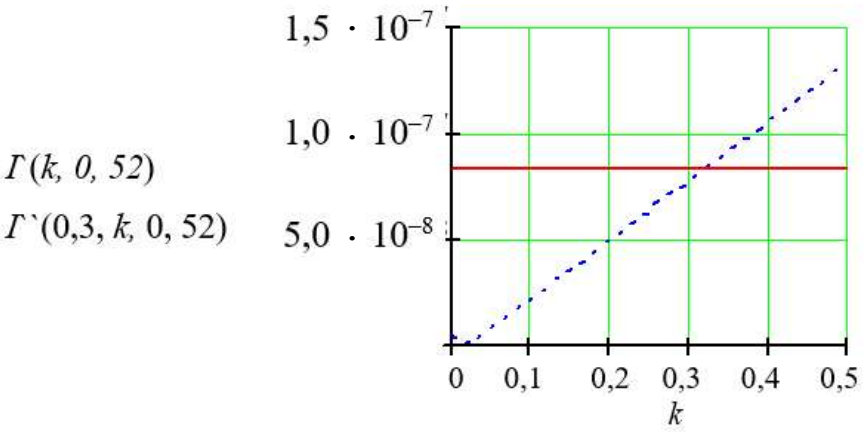


Рисунок 2 – График зависимостей действующих значений токов на выходе фильтров прямой I`(k,α,f) и обратной I``(y,k,α,f) последовательностей фаз

Figure 2 – Graph of the dependences of the actual values of the currents at the output of the filters of the positive I`(k,α,f) and negative I`(y,k,α,f) phase sequences

векторами токов прямой и обратной последовательностей фаз, коэффициента асимметрии и частоты напряжения питающей сети:

$$I(k, \alpha, f) := \text{abs}(\underline{I}`(k, \alpha, f)); \quad (42)$$

$$I`(y, k, \alpha, f) := \text{abs}(\underline{I}`(k, \alpha, f)). \quad (43)$$

На графике четко просматривается, что при установленном пороге y срабатывание защиты по коэффициенту асимметрии тока, равном 0,3, срабатывание при отклонении частоты происходят в точке пересечения прямых при фактическом пороге срабатывания y_f, превышающем установленный порог срабатывания. Его значение может быть найдено средствами системы Mathcad путем решения уравнения

$$\Delta I(y, k, \alpha, f) := I(k, \alpha, f) - I`(k, \alpha, f) \quad (44)$$

по команде:

$$yf(y, \alpha, f) := \text{root}(\Delta I(y, k, \alpha, f), k, 0, 0{,}6).$$

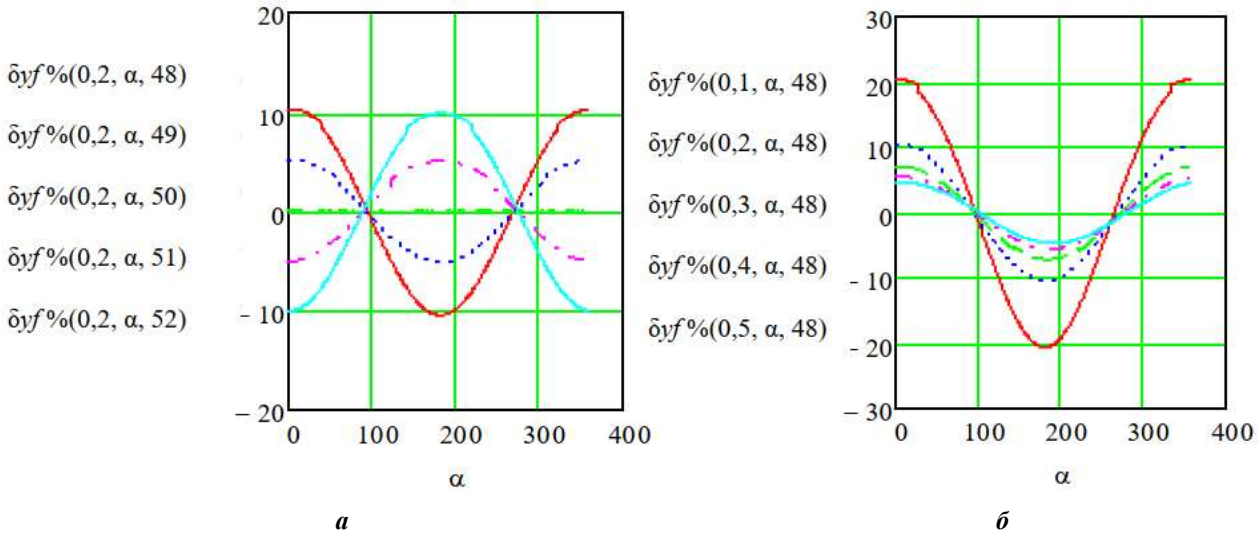
В результате, например, если y = 0,3, α = 0 °, f = 52 Гц, то yf(0,3, 0, 52) = 0,321.

Процент отклонения фактического порога срабатывания (уставки) от установленного в Mathcad находим по формуле

$$\delta yf\%(y, \alpha, f) := \frac{100(y - yf(y,\alpha,f))}{y}. \quad (45)$$

Так, для предыдущего случая δyf%(0,3, 0, 52) = 6,852 %.

Более расширенное представление о характере зависимостей относительной погрешности δyf % от ее аргументов можно получить, построив графики этих зависимостей. На рисунке 3 представлены графики зависимости погрешности порога срабатывания защиты от угла между векторами токов прямой и обратной последовательностей фаз; в первом случае – при различных частотах питающей электродвигатель сети и постоянном установленном пороге y срабатывания защиты, а во втором – при постоянной частоте сети и различных установленных порогах срабатывания защиты.



а *б*

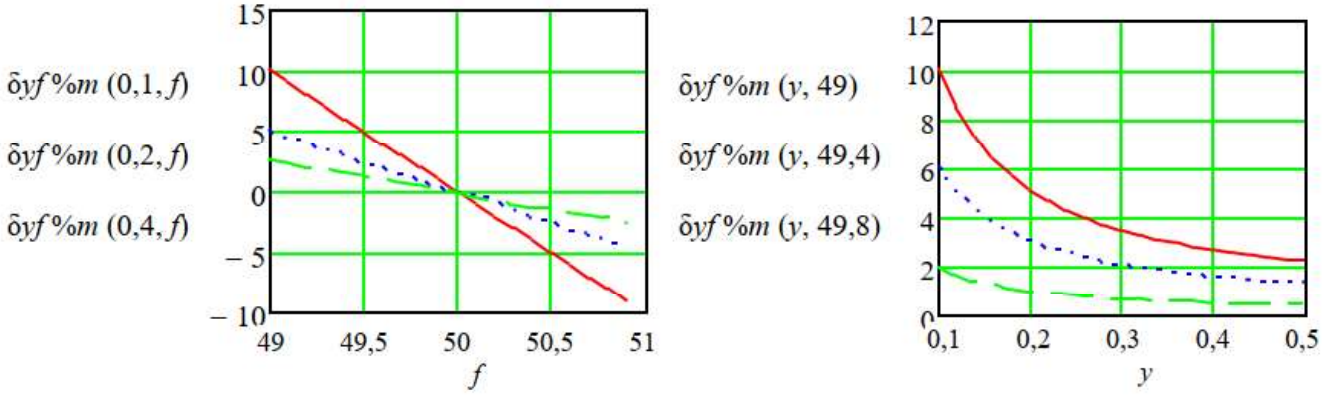
Рисунок 3 – Графики зависимостей относительной погрешности срабатывания защиты при отклонении частоты питающего напряжения от стандартной от угла α между векторами токов прямой и обратной последовательностей фаз при: а – установленном пороге срабатывания y = 0,2 и частотах f = 48,0…52,0 Гц; б – порогах срабатывания y = 0,1…0,5 и частоте 48,0 Гц

Figure 3 – Graphs of dependences of the relative error of protection operation during deviation of the frequency of the supply voltage from the standard one from the angle α between the current vectors of the positive and negative phase sequences at: a – set response level y = 0.2 and frequencies f = 48.0...52.0 Hz; b – response levels y = 0.1...0.5 and frequency of 48.0 Hz

В обоих случаях четко просматривается увеличение погрешности с увеличением отклонения частоты от стандартной, причем при всех частотах погрешность максимальна при углах между векторами токов прямой и обратной последовательностей фаз, равных 0 и 180 градусов. Тогда представляющую наибольший интерес максимальную погрешность $\delta yf\,\%m$ срабатывания рассматриваемой защиты от асимметрии тока электродвигателя при отклонении частоты от стандартной можно приравнять к погрешности при α = 0:

$$\delta yf\,\%m(y, f) := \delta yf\,\%(y, 0, f). \qquad (46)$$

Графики ее изменения при фиксированных y и f изображены на рисунке 4.



а *б*

Рисунок 4 – Графики зависимостей максимальной относительной погрешности срабатывания защиты от частоты питающего напряжения:
а – при установленных порогах срабатывания y = 0,1; 0,2; 0,4;
б – от установленного порога срабатывания y при частоте f = 49,0; 49,4; 49,8 Гц

Figure 4 – Graphs of dependencies of the maximum relative error of protection operation on the frequency of the supply voltage:
a – with set response level y = 0.1; 0.2; 0.4;
b – from the set response level y at a frequency f = 49.0; 49.4; 49.8 Hz

Как видим, максимальная относительная погрешность срабатывания защиты увеличивается в ту и другую сторону с увеличением отклонения частоты питающей электродвигатель сети от стандартной (см. рисунок 4, а), и уменьшается с увеличением установленного порога срабатывания (см. рисунок 4, б). Из графика видна прямая пропорциональная зависимость максимальной относительной погрешности от величины отклонения частоты от стандартной 50,0 Гц, а также наблюдается обратная пропорциональная зависимость от установленного порога срабатывания защиты. Это открывает возможность с достаточной степенью точности заменить довольно громоздкую цифровую математическую модель фильтровой защиты от асимметрии тока, реализуемую с помощью математической системы Mathcad простейшей аналитической моделью вида

$$\delta yf\%\,ma(y, f) = \frac{(fs - f)}{y}. \qquad (47)$$

Степень расхождения значений максимальной относительной погрешности, найденной по выражениям (46) и (47) в диапазоне изменения частоты от 49,0 до 51,0 Гц, лежит в пределах не более 10 %. Существуют требования к источникам питания для нормальной работы электродвигателя. При подключении к централизованной электрической сети на основании ГОСТ 13109-97 [6] значение отклонения частоты не должно превышать ±0,4 Гц. В нашем случае согласно модели (47) относительная максимальная погрешность не выходит за рамки ±5 % в пределах установленного порога срабатывания 0,08 и выше (рисунок 5). При подключении к автономным генераторам, т.е. к изолированной сети, работа электродвигателя регламентируется ГОСТ 32144-2013 [7], на основании которого максимальное отклонение частоты составляет ±1 Гц. В нашем случае предел установленного порога срабатывания равен 0,20 и выше, а относительная максимальная погрешность не превышает ±5 или ±10 % в пределах установленного порога срабатывания 0,1 и выше.

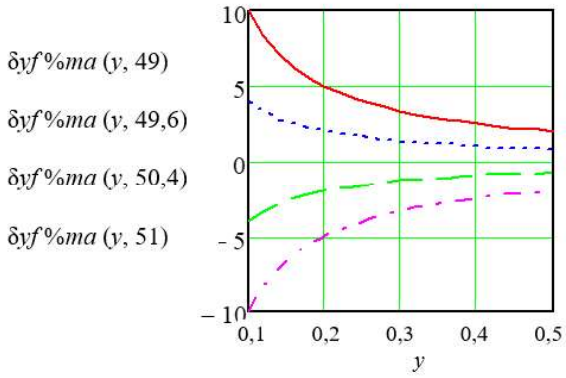


Рисунок 5 – График зависимостей максимальной относительной погрешности срабатывания защиты при предельно допустимых отклонениях частоты от установленного порога срабатывания защиты

Figure 5 – Graph of dependencies of the maximum relative error of protection operation at the maximum permissible frequency deviations from the set response level

Заключение. В результате проведенного теоретического анализа устройства защиты асинхронного электродвигателя на базе RC-фильтров симметричных составляющих установлено, что с отклонением частоты питающей электродвигатель сети от номинальной нарушается требуемое соотношение активных и реактивных сопротивлений фильтров и, как следствие, увеличивается погрешность заданного порога срабатывания защиты. Максимальная относительная погрешность наблюдается, если угол между векторами токов прямой и обратной последовательностей фаз равен 0 или 180 градусов. При этом она прямо пропорциональна величине отклонения частоты от номинальной и обратно пропорциональна установленному порогу срабатывания защиты, задаваемому соотношением сопротивлений фильтров прямой и обратной последовательностей фаз. С учетом того, что в соответствии с ГОСТ 32144-2013 предельно допустимое отклонение частоты в централизованной сети составляет ±0,4 Гц, а в автономной сети ±1,0 Гц, максимальная погрешность срабатывания защиты не превышает ±5 % при установленном пороге срабатывания (уставке) выше 0,08 и 0,20 соответственно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров Н. В. Особенности эксплуатации сельских электрических сетей // Символ науки. 2016. № 12–2(24). С. 25–29.

2. Алиев И. И. Электротехнический справочник. 4-е изд., испр. М.: РадиоСофт, 2002. 384 с.

3. Асинхронные электродвигатели 0,4 кВ. Способы защиты от аварийных режимов. Режим доступа: http://news.elteh.ru/arh/2005/34/12.php; дата обращения 11.05.2024.

4. Атабеков Г. И. Теоретические основы электротехники. Ч. 1. Линейные электрические цепи. М.: изд-во «Энергия», 1970. 592 с.

5. Влияние отклонения частоты на порог срабатывания фильтровой защиты от асимметрии напряжения / В. Г. Петько [и др.] // Известия Оренбургского государственного аграрного университета. 2019. № 4(78). С. 162–167.

6. ГОСТ 13109-97. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. М.: Стандартинформ, 2006. 35 с.

7. ГОСТ 32144-2013. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. М.: Стандартинформ, 2014. 19 с.

8. Дьяконов В. П. Справочник по MathCAD PLUS 7.0 PRO. М.: СК ПРЕСС, 1998. 345 с.

9. Защита электродвигателей. Режим доступа: https://www.110volt.ru/elektrodvigatel; дата обращения: 14.05.2024.

10. Петько В. Г. Повышение эффективности функционирования электронасосных агрегатов в системах водоснабжения сельского хозяйства: дис. … д-ра технич. наук. Оренбург, 1995. 174 с.

11. Руди Д. Ю., Коровин Д. А. Исследование коэффициента несимметрии напряжений по обратной последовательности в распределительных сетях низкого напряжения // Технические науки: проблемы и перспективы: Материалы VI Междунар. науч. конф. СПб., 2018 г. С. 38–44.

12. Руди Д. Ю., Ткачук Н. А. Негативное влияние несимметрии и методы их устранения в системе электроснабжения // Теория и практика современной науки: сб. науч. трудов по материалам XX Междунар. науч.-практич. конф. Москва, 22 марта 2017 года. М.: Олимп, 2017. С. 87–91.

13. Соловьев Д. Б., Низовцев В. В. Защита электропривода с асинхронным двигателем // Электрика. 2011. № 10. С. 40–41.

14. Устройства для фазовой защиты электродвигателей, устройство светосигнальное и защитного отключения. Режим доступа: https://eti.su/articles/spravochnik/spravochnik_1828.html; дата обращения: 14.05.2024.

15. Устройство для защиты трехфазного электродвигателя от анормальных режимов: патент SU 1120441 A1 / В. Г. Петько; заявл. 12.04.1982; опубл. 23.10.1984.

16. Устройство для защиты трехфазного электродвигателя от анормальных режимов: патент SU 1319149 A1 / В. Г. Петько; заявл. 10.01.1986; опубл. 23.06.1987.

REFERENCES

1. Alexandrov N. V. Features of the operation of rural electric networks. *Symbol of Science*. 2016;12–2(24):25–29. (In Russ.).

2. Aliyev I. I. Electrotechnical handbook. 4th ed., corrected. Moscow, 2002. 384 p. (In Russ.).

3. Asynchronous electric motors of 0.4 kV. Methods of protection from emergency modes. Available at: http://news.elteh.ru/arh/2005/34/12.php; reference date: 05/11/2024. (In Russ.).

4. Atabekov G. I. Theoretical foundations of electrical engineering. Part 1. Linear electrical circuits. Moscow, 1970. 592 p. (In Russ.).

5. Effect of frequency deviation on the threshold of filter protection from voltage asymmetry / V. G. Petko, I. A. Rakhimzhanova, M. B. Fomin, V. V. Kononets, V. V. Samosyuk. *Izvestia Orenburg State Agrarian University*. 2019;4(78):162–167. (In Russ.).

6. GOST 13109-97. Electric energy. Electromagnetic compatibility of technical equipment. Power quality limits in public electrical systems. Moscow: Standartinform, 2006. 35 p. (In Russ.).

7. GOST 32144-2013. Electric energy. Electromagnetic compatibility of technical equipment. Power quality limits in public electrical systems. Moscow: Standartinform, 2014. 19 p. (In Russ.).

8. Dyakonov V. P. Handbook of MathCAD PLUS 7.0 PRO. Moscow: SK PRESS, 1998. 345 p. (In Russ.).

9. Protection of electric motors. Available at: https://www.110volt.ru/elektrodvigatel; reference date: 05/14/2024. (In Russ.).

10. Petko V. G. Improving the efficiency of the functioning of electric pumping units in agricultural water supply systems: dissertation of Doctor of Technical Sciences. Orenburg, 1995. 174 p. (In Russ.).

11. Rudy D. Yu., Korovin D. A. Investigation of the voltage asymmetry coefficient in the reverse sequence in low voltage distribution networks. *Technical Sciences: Problems and Perspectives: Proceedings of the VI International Scientific Conference*. Saint Petersburg, 2018:38–44. (In Russ.).

12. Rudy D. Yu., Tkachuk N. A. The negative impact of asymmetry and methods of their elimination in the power supply system. *Theory and Practice of Modern Science: a Collection of Scientific Papers Based on the Materials of the XX International Scientific and Practical Conference*. Moscow, March 22, 2017. Moscow, 2017:87–91. (In Russ.).

13. Solovyov D. B., Nizovtsev V. V. Protection of an electric drive with an asynchronous motor. *Electrica*. 2011;(10):40–41. (In Russ.).

14. Devices for phase protection of electric motors, a lighting and protective shutdown device. Available at: https://eti.su/articles/spravochnik/spravochnik_1828.html; reference date: 05/14/2024.(In Russ.).

15. Device for protecting three-phase motor against abnormal operation: patent SU 1120441 A1 / V. G. Petko; appl. 04/12/1982; publ. 10/23/1984. (In Russ.).

16. Device for protecting three-phase motor against abnormal operation: patent SU 1319149 A1 / V. G. Petko; appl. 01/10/1986; publ. 06/23/1987. (In Russ.).

Статья поступила в редакцию 21.11.2024; одобрена после рецензирования 25.12.2024; принята к публикации 08.01.2025.
The article was submitted 21.11.2024; approved after reviewing 25.12.2024; accepted for publication 08.01.2025.